Séquence 8 : Géométrie dans l'espace

3.2 Géométrie et nombres

Les objectifs de ce module sont d'appliquer quelques théorèmes et propriétés vus au collège et d'utiliser les formules d'aires et de volumes. Les théorèmes et formules de géométrie permettent d'utiliser les quotients, les racines carrées, les valeurs exactes, les valeurs arrondies en situation. Leur utilisation est justifiée par le calcul d'une longueur, d'une aire, d'un volume.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les théorèmes et les formules pour : - calculer la longueur d'un segment, d'un cercle ; - calculer la mesure, en degré, d'un angle ; - calculer l'aire d'une surface ; - calculer le volume d'un solide ; - déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.	Somme des mesures, en degré, des angles d'un triangle. Formule donnant la longueur d'un cercle à partir de celle de son rayon. Le théorème de Pythagore. Le théorème de Thalès dans le triangle. Formule de l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque. Formule du volume d'un cube, d'un parallélépipède rectangle.	La connaissance des formules du volume d'une pyramide, d'un cône, d'un cylindre, d'une sphère n'est pas exigible. Les relations trigonométriques dans le triangle rectangle sont utilisées en situation si le secteur professionnel le justifie.

1. Activité : Calculer des volumes de gâteaux ?

Un pâtissier a le choix entre plusieurs solides pour dresser ses assiettes, connaissant les dimensions de ses solides, il veut savoir quel est le solide qui contiendra le plus de matière et celui qui en contiendra le moins.

1) Donner le nom des différents solides ?
2) Donner les noms des surfaces de contact du gâteau avec l'assiette.
3) Donner les formules représentant la surface de contact du gâteau avec l'assiette.
4) Trouver les différentes formules représentant les volumes des différents solides.
5) Remplacer les données de chaque solide dans la formule du volume et calculer chaque volume en mm^3
6) Convertir ce volume en dm^3

QUESTIONS				
1)	**Solide 1** ……………..………	**Solide 2** ………………………………… ……………………………….	**Solide 3** ………………………………………	**Solide 4** …………………………………………
2)	**Solide 1** ……………..………	**Solide 2** ………………….…………	**Solide 3** ………………………………………	**Solide 4** ……………………………………
3)	**Surface de contact:** $Aire =$	**Surface de contact:** $Aire =$	**Surface de contact:** $Aire =$	**Surface de contact:** $Aire =$
4)	$Volume =$	$Volume =$	$Volume =$	$Volume =$
5)	**Dimensions du solide 1**	**Dimensions du solide 2**	**Dimensions du solide 3:**	**Dimensions du solide 4:** $Côté = 70\ mm$

	$a\ =\ 50\ mm$	$L = 50\ mm$ $l = 36\ mm$ $h = 45\ mm$	$D =\ 60\ mm$ $h =\ 40\ mm$	$hauteur\ du\ triangle = 60\ mm$ $Hauteur\ du\ prisme = 40\ mm$
	Volume à calculer $Volume =$	**Volume à calculer** $Volume =$	**Volume à calculer** $Volume =$	**Volume à calculer** $Volume =$
6)	Soit … … … … ….dm^3	Soit … … … … … … dm^3	Soit … … … … . . dm^3	Soit … … … … … … … … dm^3

7) Dire quel est le gâteau qui contient le plus de matière ? Celui qui contient le moins de matière ?

Correction :

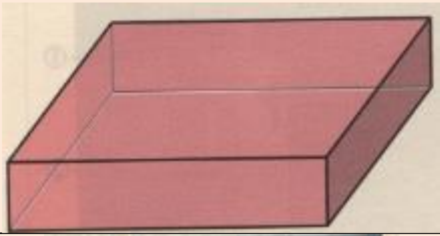
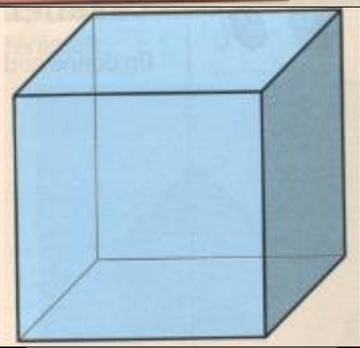
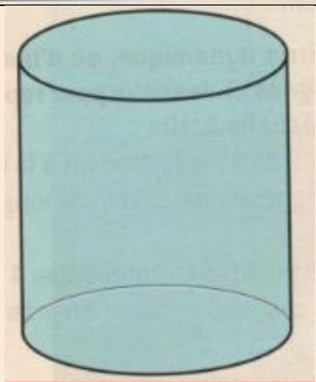
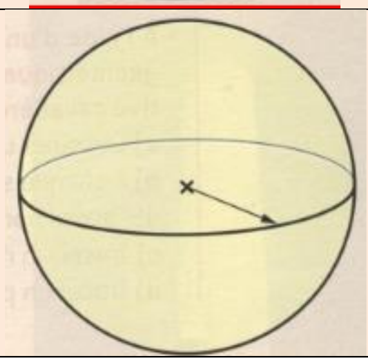
QUESTIONS				
1)	Solide 1 ………cube………	Solide 2 …………parallélépipède rectangle ou pavé droit…………	Solide 3 …………Cylindre…………	Solide 4 ……………Prisme……………
2)	Solide 1 ………carré………	Solide 2 ………………rectangle…………	Solide 3 ………………disque……	Solide 4 ………………Triangle…………
3)	Surface de contact: $Aire\ =\ a^2$	Surface de contact: $Aire = L \times l$	Surface de contact: $Aire = \pi \times R^2$	$Volume = Aire\ triangle = \left(\frac{base\ \times hauteur}{2}\right)$
4)	$Volume\ = a^3$	$Volume = L \times l \times h$	$Volume = \pi \times R^2 \times h$	$Volume\ = Aire\ triangle \times h$
5)	Dimensions du solide 1 : $a\ =\ 50\ mm$	Dimensions du solide 2: $L = 50\ mm$ $l = 36\ mm$ $h = 45\ mm$	Dimensions du solide 3: $D =\ 60\ mm$ $h =\ 40\ mm$	Dimensions du solide 4: $Côté\ =\ 70\ mm$ $hauteur\ du\ triangle = 60\ mm$ $Hauteur\ du\ prisme = 40\ mm$
	Volume à calculer $Volume = a^3 = 50^3$ $= 125000\ mm^3$	Volume à calculer $Volume = 50 \times 36 \times 60$ $= 10800\ mm^3$	Volume à calculer $Volume = \pi \times R^2 \times h$ $= \pi \times \left(\frac{60}{2}\right)^2 \times 40$ $\approx 113098\ mm^3$	Volume à calculer $Volume = Aire\ triangle \times h$ $= \left(\frac{70 \times 60}{2}\right) \times 40$ $= 84000\ mm^3$
6)	Soit $0{,}125\ dm^3$	Soit $0{,}108\ dm^3$	Soit $0{,}113\ dm^3$	Soit $0{,}084\ dm^3$

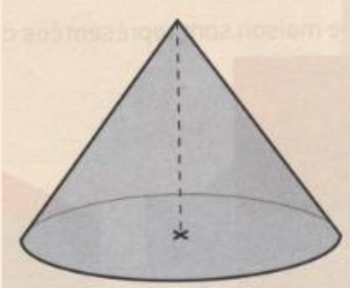
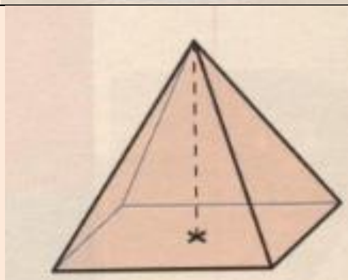
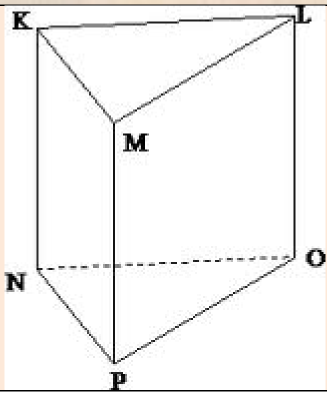
Synthèse (Document professeur)

En mathématiques :

Un bâtiment, les objets de la vie quotidienne sont constitués de différents solides usuels

Les volumes de ces solides usuels sont donnés dans le tableau suivant à compléter:

NOM	REPRESENTATION	VOLUMES
Parallélépipède rectangle		$V = Longueur \times Largeur \times Hauteur$
Cube		$V = côté \times côté \times côté$ $= (côté)^3$
Cylindre de révolution		$V = \pi \times Rayon \times Rayon \times Hauteur$ $= \pi \times R^2 \times Hauteur$
Sphère		$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ Attention si R = Rayon= Diamètre/2

Cône de révolution		$V = \frac{1}{3}\pi \times R^2 \times H$
Pyramide		$V = \frac{1}{3}\pi \times B \times H$ Si carré alors $B = a^2$
Prisme		$V = Base \times Hauteur$ $= (Aire\ triangle) \times (Hauteur)$ $= \frac{(NP \times hauteur\ triangle\ NOP)}{2} \times MP$

2. Exercices :

Exercice 1 :
Objectif : combien va-t-on réaliser de boule de glace avec 1kg de glace ?

a) Calculer le volume d'une boule de crème glacée (Diamètre : 5 cm) à l'aide de la formule appropriée (voir Synthèse)

b) La masse volumique de la crème glacée est $\rho = 0{,}9\ g/cm^3$ calculer la masse d'une boule de crème glacée

c) Une boîte de crème glacée a pour masse totale 1kg. Combien pourra-t-on réaliser de boules de crème glacée ?

d) S'il y a 24 personnes au restaurant et si le dessert contient 2 boules de glaces par assiette. Combien faudra-t-il de boîte de crème pour réaliser le dessert ?

Correction :

a) $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (2,5)^3 \approx 65,5\ cm^3$

b) **La masse d'une boule est : $m_{boule} = 0,9 \times 65,5 \approx 59$ g**

c) **On pourra réaliser environ : $\frac{1000}{59} \approx 16,95$ soit 17 boules parfaites**

d) **Soit 48 boules à réaliser donc 48/17=2,82 soit 3 boîtes seront suffisantes !**

Exercice 2 :

Objectif : Un pâtissier a le choix entre 2 nonettes cylindriques

- *Nonette A : Diamètre 65 mm et hauteur 40 mm*
- *Nonette B : Diamètre 80 mm et hauteur 45 mm*

a) En utilisant le logiciel ou en faisant les calculs, déterminer le volume de chaque nonettes (en cm^3), arrondir à 0,1.

b) Si la masse volumique de la mousse au chocolat est $\rho = 0{,}85\ g/cm^3$, quelle masse (en kg) doit-il préparer pour 40 nonettes de A ?

c) Même question avec 40 nonettes de B ?

d) Le pâtissier a réalisé 5 kg de mousse au chocolat pourra-t-il remplir les 40 nonettes A ?

	Masse Verrine complète (en g)
Mousse 1	801,1 soit 800 g
Mousse 2	659,7 soit 660 g
Mousse 3	376,99 soit 377 g

Correction :

a) Avec le logiciel

Nonette A : Volume : $132{,}7\ cm^3$ et

Nonette B : Volume : $226{,}2\ cm^3$

Par le calcul

Nonette A : $\boldsymbol{V_A = \pi R^2 \times h = \pi \times (3{,}25)^2 \times 4 = 132{,}7}\ cm^3$

Nonette B : $\boldsymbol{V_B = \pi R^2 \times h = \pi \times (4)^2 \times 4 = 201{,}1}\ cm^3$

b) **Une nonette A aura une masse : $\boldsymbol{m_A} = \rho \times V_A = 0{,}85 \times \boldsymbol{132{,}7 = 112{,}8\ g}$**

40 nonettes A représentent $\boldsymbol{112{,}8 \times 40 = 4512}$ soit 4,512 kg

c) **Une nonette B aura une masse : $\boldsymbol{m_A} = \rho \times V_A = 0{,}85 \times \boldsymbol{201{,}1 = 170{,}9\ g}$**

40 nonettes B représentent $\boldsymbol{201{,}1 \times 40 = 8044}$ soit 8,044 kg

Exercice 3:

Un pâtissier veut réaliser 15 verrines avec 3 mousses différentes :

Mousse 1 : $\rho = 0{,}85\ g/cm^3$

Mousse 2 : $\rho = 0{,}7\ g/cm^3$

Mousse 3 : $\rho = 0{,}4\ g/cm^3$

Objectif calculer la quantité de chaque mousse dans 1 verrine

a) Compléter le fichier Excel en créant 3 mousses dans l'onglet correspondant

b) Calculer la masse totale à préparer par chaque mousse si elle remplissait l'ensemble des 15 verrines
Choisir la verrine (*Diamètre 40 mm et hauteur 50 mm)*
Compléter le tableau suivant :

	Masse Verrine complète (en g)
Mousse 1	
Mousse 2	
Mousse 3	

c) La mousse 1 au fond de la verrine remplit qu'1/4 de la verrine, quelle est la masse de mousse 1 à préparer ?

d) La mousse 2 au milieu de la verrine remplit qu' ¼ de la verrine, quelle est la masse de mousse 2 à préparer ?

e) La mousse 3 en haut de la verrine remplit la moitié de la verrine, quelle est la masse de mousse 3 à préparer ?

	Masse Verrine complète (en g)
Mousse 1	801,1 soit 800 g
Mousse 2	659,7 soit 660 g
Mousse 3	376,99 soit 377 g

Correction :

a) Avec le logiciel
b) Soit le tableau
c) La masse de mousse 1 à préparer est environ 200 g
d) La masse de mousse 2 à préparer est environ 165 g
e) La masse de mousse 3 à préparer est environ 188,5 g